



# La Influencia de la Matemática Persa en el Medioevo

## El nacimiento de las fracciones decimales.

Vernor Arguedas T.

vernorarguedas@ucr.ac.cr

Escuela de Matemática

Universidad de Costa Rica

### Resumen.

Los dos números anteriores los hemos dedicado al origen de nuestra numeración y temas relativos, haciendo breves referencias a matemáticos indios y a matemáticos que llamamos árabes. En este trabajo precisaremos un poco más el concepto de matemática árabe-persa en el Medioevo y presentaremos un método para calcular raíces cuadradas, cúbicas o de orden  $n$ , que precedió en varios siglos al famoso método de Newton. Discutiremos también el nacimiento de las fracciones decimales.

**Palabras claves:** Medioevo, matemática persa, método de Ruffini-Horner, fracciones decimales.

### 1.1 Introducción

Los dos números anteriores los hemos dedicado al origen de nuestra numeración y temas relativos, haciendo breves referencias a matemáticos indios y a matemáticos que llamamos árabes. En este trabajo precisaremos un poco más el concepto de matemática árabe-persa en el Medioevo y presentaremos un método para calcular raíces cuadradas, cúbicas o de orden  $n$ , que precedió en varios siglos al famoso método de Newton. Discutiremos también el nacimiento de las fracciones decimales.

El apogeo de los matemáticos persas en la edad media se extiende más o menos del 622 d.c hasta el 1600 d.c..El lugar geográfico era muy extenso, su cuna es lo que hoy Irán e Irak, sin embargo se extendían por toda la gran zona islámica. Su aporte al desarrollo de las matemáticas ha sido minimizado en muchas ocasiones y por muchos autores. Desde luego que no de manera casual.

El profesor Juan Martos Quesada –profesor de Filosofía de la Universidad Complutense de Madrid, España–, ha escrito una cantidad notable de trabajos sobre el tema de la influencia matemática persa en este periodo de tiempo. Muchos de sus trabajos se encuentran disponibles en la red, por ejemplo, “Los estudios sobre el desarrollo de las matemáticas en Al-Andaluz” ([www.raco.cat/index.php/Dynamis/article/viewFile/92578/117793](http://www.raco.cat/index.php/Dynamis/article/viewFile/92578/117793)), o bien, en el sitio <http://www.>

[lenguapersa.com/Articulos/JuanMartos.htm](http://lenguapersa.com/Articulos/JuanMartos.htm), su artículo: “Matemática en la Persia del Medievo”.

Su tesis central al respecto es la siguiente:

“En conclusión, podemos afirmar que las denominadas tradicionalmente “Matemáticas árabes”, tienen una raíz, un origen y un desarrollo más iraní, más persa, que árabe; que el estudio del campo científico matemático fue continuado desde el siglo IX en la actual región de Irán hasta el siglo XV, llegándose a descubrimientos sobresalientes especialmente en los campos de la Geometría, el Álgebra, la Trigonometría y sus aplicaciones prácticas a la Astronomía y a la Óptica; y, por último, que muchos de los problemas y teoremas que ocuparon a los matemáticos europeos de los siglos XVI y XVII, como el Método de Ruffini-Horner, el cálculo del triángulo de Tartaglia, el número pi, el Teorema de Pascal, etc., ya fueron planteados y analizados por los matemáticos iraníes de la Edad Media.”

En ese artículo nos indica claramente lo siguiente en la introducción,

... “Una extendida confusión terminológica entre los estudiosos de la historia de la ciencia hace que se tomen como sinónimos conceptos como “ciencia árabe” y “ciencia islámica” a lo largo de la Edad Media, lo cual es falso, pues el carácter de la ciencia en el Islam durante estos siglos medievales es más persa, más iraní, que árabe.

Si bien las diferencias raciales y fundamentales entre árabes y persas o iraníes han sido ya reconocidas, la incierta terminología a la que hemos aludido antes ha conducido a una gran confusión entre los logros árabes y los logros persas en el campo científico. El carácter rápido de la expansión del Islam desde su nacimiento y la rápida aceptación por los persas de la lengua árabe, parece haber cegado a la mayor parte de los historiadores, incapacitándolos para percibir la circunstancia de que muchas de las realizaciones que atribuyeron al pueblo árabe han de atribuirse propiamente al pueblo persa, al pueblo iraní.

Es necesario recordar que Persia ya era depositaria de una gran civilización mucho antes de que naciera Mahoma. Gloria de los árabes fue el proporcionar el prestigio, el idioma y los recursos para el trabajo científico que se inició, como veremos, bajo los califas de Bagdad y que empleó en definitiva a grandes sabios que provenían, tanto del Magreb, como del Oriente Medio, como de Asia central, como de Persia o de la India, pero llamar a todo esto “ciencia árabe” es rendir un homenaje que va mucho más allá de los méritos reales de los árabes, con evidente marginación para los de los persas.” ...

Como hemos indicado en varias ocasiones, los trabajos de los griegos fueron traducidos a la lengua árabe y algunos de ellos se preservaron de esta manera.

En el curso de unos cien, ciento cincuenta años, se tradujeron al árabe los Elementos de Euclides, una parte de las obras de Arquímedes, las Cónicas de Apolonio, las obras de Menelao, Teodosio, Herón, Ptolomeo, Diofanto y otros.

¿Cuáles son estos matemáticos persas del Medievo?. Podríamos citar a los siguientes: en primer lugar al gran matemático del siglo IX al-Jwarizmi, para pasar a continuación al grupo de científicos iraníes que trabajaron a lo largo del siglo X: al-Jazin, Abu-l-Wafa, al-Quhi y al-Karaji; seguidamente, hablaremos de los dos grandes sabios del siglo XI, Ibn Sina, Avicena entre los siglos X y XI y Omar Jaiyyam —entre los siglos XI y XII—. De este último siglo, podemos hablar a los matemáticos al-Jazini, al-Samawal y Sharaf al-Din al-Tusi, y concluir mencionando la vida y la obra de los científicos en el área de las matemáticas Kamal al-Din al-Farisi —entre los siglos XIII y XIV— y al-Kashi, ya en el

siglo XV.

La castellanización de estos nombres persas presenta problemas, por ejemplo, al-Kashi se puede encontrar como al-Kasi y otras variantes.

## 1.2 Una breves notas sobre la biografía de estos matemáticos.

**Al-Jwarizmi** (<http://es.wikipedia.org/wiki/Al-Juarismi>). Abu Yafar Muhammad ibn Musa al-Jwarizmi nació alrededor del año 870, en la región que le dio nombre, al-Jwarizm, al este del mar Caspio, en Asia central. Se sabe poco de sus primeros años, sólo que hacia el 820, tras adquirir fama de científico en la ciudad de Merv, capital de las provincias orientales del califato 'abbasí, fue invitado por el califa al-Mamun a trasladarse a Bagdad, donde fue nombrado primero astrónomo y luego jefe de la biblioteca de la Bait al-Hikma (Casa de la Sabiduría). Continuó al servicio de otros califas 'abbasíes hasta su muerte en el año 850.



En cuanto a su obra, escribió varios libros sobre Álgebra, Aritmética, Astronomía y Geografía, siendo quizás los más famosos su *Hisab al-jabr wa-l-muqabala* (Cálculo por restauración y reducción) y su *Algorithmi de numero indo rum* (Cálculo con números indios), cuya versión en árabe no existe y sólo la conocemos por su versión latina. El primer libro fue el punto de partida para los estudios árabes sobre el Álgebra, siendo una mezcla sutil de diversas tradiciones matemáticas babilónicas, griegas e indias. El segundo libro sirvió para introducir el sistema numeral posicional que se había desarrollado en la India unos cientos de años antes; fue también el primer libro de aritmética árabe que se tradujo al latín y popularizó la palabra "algoritmo", derivada del nombre del autor y utilizada con frecuencia hoy para describir cualquier procedimiento sistemático de cálculo.

Al-Jwarizmi también construyó un *zij*, un conjunto de tablas astronómicas, que llegó a ser muy importante durante los siguientes cinco siglos. En cuanto a su obra geográfica, es imprescindible citar su contribución a la cartografía. Perteneció al equipo formado por el califa al-Mamun para las realizar las siguientes tareas: a) medir la distancia de un grado de longitud en la latitud de Bagdad, en donde se consiguió un resultado muy preciso, 91 kilómetros; b) utilizar las observaciones astronómicas para hallar la latitud y la longitud de unos mil doscientos lugares importantes del planeta, incluyendo ciudades, lagos y ríos; c) comparar las observaciones personales de viajeros acerca de las características físicas de diferentes áreas del califato y del tiempo que se tardaba en viajar entre ellas. Al-Jwarizmi incorporó éstos y otros hallazgos en su libro *La imagen de la tierra*, considerado como la obra más importante sobre este tema después de la *Geografía* de Ptolomeo.

En otros campos, al-Jwarizmi fue el primer estudioso que trabajó una historia de los califatos árabes. Sus textos matemáticos son aún en la actualidad lecturas recomendadas en algunos países islámicos, no tanto por sus contenidos matemáticos, sino por su agudeza jurídica. Su libro sobre Álgebra contenía un análisis de las relaciones de propiedad y la distribución de herencias, según la ley islámica, y reglas para redactar testamentos. (notas del profesor Martos)

**Al-Jazin.** Abu Yafar Muhammad ibn Muhammad ibn al-Husayn al-Jurasani al-Jazin, natural del Jurasán y protegido de Abu-l-Fadl ibn al-'Amid, ministro del buyida Rukn al-Dawla, murió entre los años 961 y 971.

Entre sus obras puramente matemáticas tenemos el Fihrist, que ha llegado hasta nosotros, suerte que no han corrido otras obras suyas como el Kitab al-Masa'il al-'Adadiyya o el Matalib Yuz'iyya, en donde se encuentra una demostración del teorema de senos para dos triángulos rectángulos esféricos; sabemos también que es autor de un comentario a los Elementos de Euclides en donde demuestra, de una manera muy similar a la utilizada por Heron en su obra Dioptra, la fórmula para encontrar la superficie de un triángulo en función de sus lados, al tiempo que resuelve, en el campo de las secciones cónicas, la ecuación denominada de al-Mahani.

Una de sus obras de Astronomía más conocidas es el Zij al-Safa'ih, que compuso para su protector Ibn al-'Amid, en donde trata el tema de la teoría de la trepidación de equinoccios. Sabemos también que al-Jazin es autor de un comentario al Almagesto de Ptolomeo, en donde nos da información acerca de la oblicuidad de la eclíptica y de varias observaciones astronómicas llevadas a cabo en Bagdad.

Al-Jazin escribió una Makala en la que proponía un modelo solar distinto al de Ptolomeo, sin recurrir al uso de excéntricas ni de epíclidas: el sol tendría un movimiento circular no uniforme alrededor del centro del mundo y un punto situado sobre la línea de ápsides y distinto del centro del mundo sería el centro del movimiento uniforme del sol; este sistema se justificaría por el hecho, según al-Jazin, de que Ptolomeo no observa el cambio en el diámetro aparente del sol a lo largo del año. (nota histórica del profesor Martos)

**Abu-l-Wafa' al-Buzayani.** En el libro de Bloom escrito en inglés; *"Islam: mil años de conocimientos y poder"*, (en google books) se pueden leer fragmentos de este material. En wikipedia se encuentra en <http://es.wikipedia.org/wiki/Abu'l-Wafa>

Indica el profesor Martos:

"Abu-l-Wafa' Muhammad ibn Muhammad ibn Yahya ibn Isma'il ibn al-'Abbas al-Buzayani es también uno de los más importantes matemáticos de origen persa, nacido probablemente en Buzayán o Kuhistán, en junio del año 940.

De familia de científicos, sus primeros maestros en Matemáticas fueron sus tíos Abu 'Amr al-Mugazili y Abu 'Abd Allah Muhammad ibn 'Anbasa. En el año 959, Abu-l-Wafa' emigra a Iraq y reside en Bagdad hasta su muerte, en julio del año 998, en donde gozó de los favores del visir Ibn Sa'dan.

Entre sus obras de Matemáticas y Astronomía que han llegado hasta nosotros, podemos citar un tratado de Aritmética titulado Kitab fi ma yatay ilayhi-l-kuttab, muy parecido al Kitab al-Manazil fi-l-Hisab de Ibn al-Qifti; una obra bajo el título de al-Kamil y un libro, escrito en árabe y persa, denominada Kitab al-Handasa, aunque el arabista Woepke piensa que puede ser de un discípulo suyo. Desgraciadamente, no nos ha llegado nada de sus comentarios a las obras de Diofanto, Euclides y al-Jwarizmi, ni tampoco de sus tablas astronómicas, que publicó con el título de al-Wadih, que sirvieron de inspiración a posteriores tablas de otros astrónomos.

El principal mérito de Abu-l-Wafa' reside en el desarrollo que dio a la Trigonometría, pues a él debemos, entre otros descubrimientos, la sustitución por un cuadrilátero perfecto de triángulos rectángulos en trigonometría esférica, el teorema de las tangentes, el establecimiento del primer teorema de senos para un triángulo esférico con ángulos oblicuos y el método de calcular un seno de 30' en el que el resultado corresponde a ocho decimales del valor real.

Asimismo, fueron de gran valor sus construcciones geométricas, basadas en parte en modelos indios y suyo fue el mérito de haber introducido en la Trigonometría los conceptos de tangentes, cotangentes, secantes y cosecantes.”

Agreguemos que:

Abul'l-Wafa estableció las identidades trigonométricas:

$$\begin{aligned}\operatorname{sen}(a + b) &= \operatorname{sen}(a) \cos(b) + \cos(a) \operatorname{sen}(b) \\ \cos(2a) &= 1 - 2 \operatorname{sen}^2(a) \\ \operatorname{sen}(2a) &= 2 \operatorname{sen}(a) \cos(a)\end{aligned}$$

Y descubrió la fórmula del seno para la geometría esférica (que es similar a la ley de los senos).

$$\frac{\operatorname{sen}(A)}{\operatorname{sen}(a)} = \frac{\operatorname{sen}(B)}{\operatorname{sen}(b)} = \frac{\operatorname{sen}(C)}{\operatorname{sen}(c)}$$

**Al-Kuhi.** Nos indica el profesor Martos:

“Abu Sahl Waiyan ibn Rustam al-Kuhi era originario del Tabaristán y trabajó durante la segunda mitad del siglo X, bajo los Buyidas muriendo probablemente hacia el año 1000, colaborando con otros sabios de su época como Abu-l-Wafa' al-Buzayani, al-Siyzi, al-Sagani y 'Abd al-Rahman al-Sufi.

Bajo la dirección de éste último participó en la observación de los solsticios de verano e invierno en la ciudad de Shiraz, en el año 970. A continuación, construyó en Bagdad un observatorio dotado de instrumentos fabricados según sus instrucciones, que le permitió efectuar observaciones de la entrada del sol en las casas de Cáncer y Libra en el año 988, en un intento de contentar a su protector, el gobernador buyí Saraf al-Dawla, en su rivalidad con el califa 'abbasí al-Mamun en el campo de los estudios de Astronomía.

Pero, a pesar de su fama como astrónomo, sus principales obras giran alrededor de las Matemáticas y, especialmente, de la Geometría, llegando a escribir, según Sezgin, un total de veintiocho obras de esta temática. Entre estas obras, conviene señalar la Risala fi-l-Birkar al-Tamn, acerca de los compases perfectos, sus tratados sobre la construcción de heptágonos y pentágonos, sus trabajos sobre la trisección del ángulo y sobre la medida de las paraboloidas, en donde se nos muestra como un continuador de Arquímedes.

Sus obras sobre Astronomía son mucho menos numerosas y en ellas trata temas como la construcción de astrolabios, la situación de la Tierra y de los planetas, la determinación de la dirección de la qibla, etc. ”

**Al-Karaji.** Abu Bakr Muhammad ibn al-Hasan al-Karaji, nació en la región de Karaj, y no en el barrio bagdadí de Karj como afirman algunos estudiosos. Sabemos que, muy joven, se traslada a la capital del califato 'abbasí, en donde llega a ocuparse de altas responsabilidades funcionariales; hacia el año 1010 compone tres de sus obras más conocidas, Kitab al-Fajri, Kitab al-Kafi y Kitab al-Badi', que son un claro ejemplo de cómo el Álgebra comienza a independizarse de su subordinación matemática a la Geometría. Unos diez años más tarde, en 1019, regresa a su tierra y escribe su obra Inbat al-Miyah al-Jafiyya.

En su libro *Kitab al-Fajri* se detectan las concordancias que tenía con la obra de Diofanto, llegando a la conclusión de que más de un tercio de los problemas planteados por este matemático griego en su primer libro, los problemas del segundo libro a partir del octavo y los problemas matemáticos expuestos en su tercer libro han sido íntegramente copiados por al-Karji, lo que permite establecer que, en la versión árabe, los problemas del segundo libro, del uno al siete, pueden no ser de Diofanto.

En otro de sus libros, en el *Kitab al-Kafi*, acomete la empresa del estudio de las potencias sucesivas de un binomio, estudio que desarrolla con más profundidad en su otra obra *Kitab al-Badi'*, en donde se basa en las teorías de Euclides y Nicómaco. Su libro *Kitab al-Kafi* fue escrito para uso de los funcionarios y, como tal, es un compendio de Aritmética, Álgebra y Geometría muy práctico, basado en el cálculo mental.

También escrita con un espíritu práctico, su libro *Inbat al-Miyah al-Kafiyya* es un excelente manual acerca del aprovisionamiento de agua, en donde trata sobre importantes y útiles temas como la construcción de canales, túneles subterráneos y aparatos de nivelación; es, precisamente, en este libro, en donde al-Karaji nos habla de algunos datos biográficos suyos.

**Ibn Sinà Avicena.** Abu 'Ali Husayn Ibn Sinà, más conocido en el mundo occidental como Abu'Ali Husayn Ibn. Sinà, más conocido en el mundo occidental como Avicena. Aunque su fama se debe, sobre todo, a sus estudios sobre Medicina y Filosofía, como hombre sabio polifacético que era, también trabajó en el campo de las Matemáticas, en especial en sus aplicaciones a la Física y a la Dinámica. Avicena nació en el año 980 en Bujara y en su biografía se mezcla la realidad con la leyenda; se dice que, ya de niño, superaba a sus maestros e conocimientos y que a los diecisiete años acertó a curar al sultán de Bujara, Nuh ibn Mansur, lo que le granjeó la amistad de éste y la posibilidad de poder consultar su magnífica biblioteca, en donde, la lectura meticulosa de la obra de Aristóteles, en particular su *Metafísica*, le hizo acercarse a este sabio griego, pero desde una perspectiva islámica, a la manera de al-Farabi, de quien se dice que es su continuador en el campo filosófico. Tras una intensa vida, en la que conoció varias cortes de Persia, murió en Hamadán en el año 1037, dejándonos casi mil quinientos manuscritos, cuya mayor parte se conserva en las bibliotecas de Estambul.



Avicena, en el campo de las Matemáticas, trabajó mucho en la teoría de números, siendo su obra más importante su *Kitab al-Shifa* (libro de Física), conocida en persa como "Alai". Este libro comienza con una discusión, basada en fuentes griegas e indias, de los diferentes tipos de números y una explicación de las diferentes operaciones aritméticas, incluyendo una utilísima regla para "expulsar a los nueves". Asimismo, formula dos reglas nuevas, que no se encuentran en libros anteriores; la primera es una regla para sumar un conjunto dispuesto en forma de cuadrado de números impares; la segunda regla es para sumar un conjunto en triángulo de números impares. En este campo de investigación sobre los números, Avicena se alinea entre los matemáticos partidarios de una aproximación al tema de los números más geométrica que algorítmica, en donde al-Jwarizmi sería el representante de la última tendencia y Tabit ibn Qurrà de la primera.

En el campo de la Mecánica experimental, Avicena se ocupó de estudiar, principalmente, la determinación de los centros de gravedad y las condiciones de los diferentes equilibrios, investigación encaminada a la fabricación de máquinas de medida (balanzas, pesas, etc.); estos instrumentos de medida acabaron por servir para medir el tiempo y para determinar los pesos específicos, apoyándose en estudios matemáticos, como el de las proporciones inversas.

En este campo de las teorías mecánicas basadas en cálculos matemáticos, le cabe a Avicena el honor de haber descubierto, analizado y desarrollado los estudios llevados a cabo por el griego Juan Filopón en siglo VI, particularmente la crítica del “movimiento forzado” de los proyectiles.

Las teorías mecánicas que los árabes heredaron de la Antigüedad procedían, por una parte, de la filosofía aristotélica y, por otra, de los escritos de Arquímedes sobre Estática. Fue precisamente Juan Filopón el que criticó y rechazó la idea aristotélica de la acción propulsiva del lanzamiento y almacenada en el proyectil, afirmando al mismo tiempo que la velocidad de caída de un cuerpo dado, se estabiliza en el vacío y se reduce en cierta cantidad bajo la influencia de la resistencia del medio. Esta teoría permitía concebir la posibilidad de un movimiento indefinido en el vacío y expresar cuantitativamente algunos elementos esenciales del problema, como la velocidad adquirida por un proyectil lanzado en ciertas condiciones, o la distancia recorrida en un medio resistente por un cuerpo lanzado a una velocidad dada.

Avicena parece haber sido —en contraposición a sus habituales tomas de posición aris-totélicas— el primer pensador árabe que ha tomado y desarrollado estas opiniones, ganándose por ello el aprecio de posteriores sabios antiaristotélicos como Abu-l-Baraqat en el siglo XII.

**Omar Jajyam.** Filósofo, matemático, poeta. Una referencia interesante, con referencias matemáticas: <http://divulgamat.ehu.es/weborriak/Historia/MateOspetsuak/Jajyam.asp>



Abdul Fath Umar ibn Ibrahim al-Jajyami, más conocido en Occidente como Omar Jajyam, nació alrededor del año 1040 en Nishapur, en la región del Jurasán iraní, cuna también del poeta Firdausi y del filósofo y médico Avicena. Al igual que éste último, que es más conocido por su obra filosófica que científica, Omar Jajyam es más conocido por su poesía, traducida parte de ella al inglés por Edward Fitzgerald a mediados del siglo XIX, que por ser un distinguido matemático, astrónomo y filósofo.

En el año 1074 escribió su gran obra sobre Álgebra. En ella clasificaba las ecuaciones según su grado y daba reglas para resolver las ecuaciones cuadráticas, que son muy similares a las que utilizamos actualmente, y un método geométrico para resolver ecuaciones cúbicas con raíces reales. Asimismo, escribió acerca de la disposición en triángulo de los coeficientes del binomio conocida como el “triángulo de Pascal”.

En este mismo año, Omar Jajyam fue nombrado por el sultán Malik Shah uno de los ocho sabios encargados de la tarea de revisar las tablas astronómicas y de reformar el calendario. Este comité elaboró un nuevo calendario, según el cual, de cada treinta y tres años, ocho se convertían en bisiestos de trescientos sesenta y seis días; esta ajuste produce una medida más precisa de un año solar que nuestro actual calendario gregoriano.

Tres años más tarde, en 1077, Omar Jajyam escribe su obra *Sharh ma ashkala min musadarat kitab Uqlidis* (Explicaciones de las dificultades de los postulados de Euclides). Una parte importante del libro trata del famoso postulado de las paralelas, que tanto había atraído a Tabit ibn Qurrà y a al-Jaytham, constituyendo el intento de Omar un avance considerable en este tema.

Otra aportación notable de nuestro matemático en Geometría fueron sus estudios acerca de la teoría de las proporciones. La teoría de la proporción de Euclides (dados dos números cualesquiera  $m$  y  $n$ , se dice que dos razones  $a/b$  y  $c/d$  son iguales si satisfacen una serie de condiciones), tal y como está expresada en sus Elementos, poseía dos dimensiones, una aritmética y otra geométrica; según Omar, la dimensión aritmética ofrecía una visión restringida del concepto de “número”, en

parte por su carácter inductivo, para lo cual ofreció una solución que ofrecía un alto grado de exactitud.

Omar Jayyam murió en Nishapur en el año 1123 y, a diferencia de la imagen que de él se puede tener como poeta hedonista que vivía sólo para el presente, la realidad es que fue un sabio retraído y un intelectual erudito.

**Al-Jazini.** Abu-l-Fath 'Abd al-Rahman al-Jazini, confundido por su nombre con otros científicos iraníes como Ibn al-Jaytham o al-Jazin, es de origen persa, fallecido hacia el año 1130. De su vida, sabemos que fue estuvo al servicio de 'Ali ibn Muhammad, tesorero en la corte del sultán Marw y que éste se preocupó por darle una esmerada educación; también sabemos que fue un hombre de costumbres austeras y humildes.

Tenemos conocimiento de que, al menos, escribió tres obras relacionadas con las matemáticas aplicadas a la Astronomía y a la Hidrostática. La primera, al-Zij al-Mu'tabar al-Sanyari al-Sultani, es una serie de tablas astronómicas dedicadas a Sanyar y basadas en observaciones personales, las cuales, tuvieron tanto éxito que en el año 1130, al final de su vida, escribió un resumen de este libro.

Su segunda obra conocida, también de temática astronómica es la Risala fi-l-alat, dedicada casi en exclusiva a los instrumentos astronómicos.

Pero su obra más importante es, quizás, su *Kitab Mizan al-Hikma*, escrito en el año 1121, y que ha llegado a ser un libro fundamental sobre la balanza hidrostática y las diversas variantes de la misma, acabando por describir una balanza hidrostática de mayor precisión que las anteriormente construidas. Dividido en ocho partes, contiene una serie de teoremas basados en autores clásicos como Arquímedes, Euclides y Menelao, a la vez que en autores árabes precursores de él, como Tabit ibn Qurrah, al-Kuji, Omar Jayyam o al-Biruni.

Al-Jazini se hace eco de problemas tradicionales como el cálculo de una proporción geométrica, el empleo de las proporciones, la influencia de la temperatura sobre la densidad, etc, al tiempo que lleva a cabo trabajos de carácter más experimental, como la elaboración de tablas con los pesos específicos de los cuerpos, a los que llega a definir como la fuerza inherente a estos cuerpos que los empuja a desplazarse por ellos mismos, en línea recta, hacia el centro del mundo y solamente hacia el centro, dependiendo esta fuerza de la densidad del cuerpo.

**Al-Samawal.** Samawal ibn Yahyà al-Magribi, poco sabemos de la vida de este sabio iraní, salvo que murió a finales del siglo XII, hacia el año 1174. Al-Samawal ha pasado a la historia de la ciencia, principalmente, por dos razones: por haber descubierto en su día la generación de coeficientes por medio de un triángulo que ahora nosotros llamamos de Pascal o de Tataglia y por ser el continuador de la obra algebraica del ya citado matemático iraní al-Karaji.

En lo que respecta al progreso del cálculo algebraico, sabemos que, un siglo después de al-Jwarizmi, el matemático instalado en la corte de Bagdad al-Karaji concibe otra línea de investigación: aplicar la Aritmética al Álgebra, es decir, estudiar sistemáticamente la aplicación de leyes aritméticas y de algunos de sus algoritmos a expresiones algebraicas y, en particular, a los polinomios, dejando, por el momento, de lado las preocupaciones o la atención de los estudios de la teoría de las ecuaciones algebraicas.

Esta línea de investigación del Álgebra aritmética de al-Karaji va a ocupar un papel central en los estudios matemáticos durante los siglos posteriores al X, creando incluso una escuela en la que al-Samawal ocupa un lugar clave entre los seguidores de al-Karaji que fueron maestros suyos —Ibn Abi Turba, Ibn al-Jassab, al-Sahrazuri, etc. y la generación siguiente —al-Farisi, al-Kasi, al-Yazdi, etc.

La gran obra de al-Samawal sobre temas algebraicos se titula *Al-Bahir*, de la cual nos ha llegado sólo una parte, y en la que acomete el estudio de operaciones aritméticas sobre monomios y polinomios, en especial sobre la divisibilidad de polinomios. Asimismo, en el problema de la extracción de la raíz de un entero, al-Samawal ya aplicó en 1173 el llamado hoy método de Ruffini-Horner para la extracción de la raíz de un entero sexagesimal, llegando a formular un concepto claro de aproximación.

**Sharaf al-Din al-Tusi** ([http://es.wikipedia.org/wiki/Nasir\\_al-Din\\_al-Tusi](http://es.wikipedia.org/wiki/Nasir_al-Din_al-Tusi)). Este matemático y astrónomo iraní nació en el año 1180 y murió en el año 1214 y es un estudioso clave en el tema de la transformación de las teorías de las ecuaciones algebraicas.

Hasta no hace mucho, se creía que la contribución de las Matemáticas a la teoría de las ecuaciones algebraicas se limitaba a la obra de al-Jayyam (1048-1131), pero, en realidad, lo que hizo fue abrir una vía de investigación que fue seguida por su discípulo Saraf al-Din al-Mas'udi, pero que fue consolidada y desarrollada por el matemático Saraf al-Din al-Tusi, dos generaciones más tarde, en su magnífica obra titulada *Las Ecuaciones*.

Este tratado de al-Tusi, escrito hacia el año 1170 aporta innovaciones relevantes a las teorías de al-Jayyam que, de un carácter global y algebraico, pasan a tener un aspecto más local y analítico, lo que significa, en opinión del estudioso de la historia de la ciencia Roshdi Rashed, un cambio radical particularmente importante en la historia de las matemáticas clásicas.

A modo de ejemplo, citaremos su novedad en la clasificación de ecuaciones de grado inferior o igual a tres. Contrariamente a al-Jayyam, no opta por un criterio de clasificación intrínseco, sino extrínseco, pues mientras al-Jayyam expone las ecuaciones ordenadas según el número de monomios que forman dicha ecuación, al-Tusi elige como criterio de sucesión de ecuaciones la existencia o no de soluciones positivas, es decir, que las ecuaciones son ordenadas según admitan o no casos imposibles.

Asimismo, para la resolución de las ecuaciones, procede, en primer lugar, a la construcción geométrica de las raíces, para acabar con la resolución numérica con la ayuda del método llamado de Ruffini-Horner, especialmente a las ecuaciones polinomiales.

**Kamal al-Din al-Farisi.** Abu-l-Hasan Muhammad ibn al-Hasan Kamal al-Din al-Farisi, al que se le considera heredero intelectual de Nasir al-Din al-Tusi, murió en el año 1320. Su obra más importante es el *Tankih*, comentario de la Óptica de Ibn al-Jaytham, escrita a principios del siglo XI, en donde aporta una interesante serie de apéndices sobre las refracciones y las reflexiones de la esfera, sobre el arco iris, sobre la cámara oscura y otros temas referentes a la Óptica.

Es conocido por su teoría acerca del arco iris, en la que explica las combinaciones de refracciones y reflexiones de la luz solar en una gota de agua y su consecuencia de los colores del arco iris. Este tipo de estudios le llevó a interesarse por los fenómenos celestes y meteorológicos y sus causas físicas.

Al margen del Tankih, es autor de otras obras, entre las que destacamos el Kitab Asas al-Kawa'id fi usul al-Fawa'id, comentario de los Fawa'id Baha'iyya, tratado de Matemáticas de 'Abd Allah ibn Muhammad al-Jaddam (matemático de la primera mitad del siglo XIII), y su obra sobre Óptica Kitab fi 'ilm al-manazir.

**Al-Kasi** ([http://es.wikipedia.org/wiki/Ghiyath\\_al-Din\\_Jamshid\\_Mas'ud\\_al-Kashi](http://es.wikipedia.org/wiki/Ghiyath_al-Din_Jamshid_Mas'ud_al-Kashi)) Ghiyath al-Din Yamsid ibn Mas'ud ibn Mahmud al-Kasi, conocido matemático y astrónomo falleció



do el año 1429, que escribía tanto en persa como en árabe; tuvo la suerte de poder asistir en su vida a tres eclipses de luna, el primero en la ciudad de Kasan, en el año 1406; al año siguiente sabemos que publica su Risala Kamaliyya, un tratado acerca de las distancias de los cuerpos celestes, y seis años más tarde, da a conocer sus Tablas astronómicas (Zij al-Khakani), en donde mejora las elaboradas por Nasir al-Din al-Tusi.

Según sus biógrafos, el año 1416 fue decisivo en su vida, pues en él acaba un breve tratado sobre instrumentos astronómicos, dedicado al príncipe de Iskandar, basado en el Almagesto de Ptolomeo, y termina la primera redacción de su célebre obra Nuzhat al-Hada'ik, escrita bajo el patrocinio del príncipe Ulug Beg, acabando por instalarse a vivir en la ciudad de Samarcanda, en donde colabora en la creación del observatorio astronómico y en la elaboración de las Tablas astronómicas de Ulug Beg.

Entre sus escritos matemáticos sobresale su Risala al-Muhitiyya, en donde fija un valor para pi con una exactitud extraordinaria. Asimismo, en esta obra se encuentra la determinación del seno de un grado realizado por el método iterativo.

De todas formas, como ya hemos mencionado, su obra más conocida es el Nuzhat al-Hada'ik, cuya segunda redacción acaba en el año 1426, y en donde describe un "ecuadorio" de planetas, muy similar al que posteriormente llevó a cabo Chaucer, destinado a determinar la posición de los planetas por medios manuales.

La última obra de la que tenemos constancia es su Miftah al-Hisab, escrita en el año 1427 en la biblioteca de Ulug Beg; en ella nos da una lista incompleta de sus obras y expone, en la parte teórica, entre otras operaciones matemáticas, el modo para extraer raíces, que más tarde popularizó el método denominado de Ruffini-Horner, desarrolla el sistema sexagesimal absoluto e inventa las fracciones decimales, que no fueron conocidas en Europa hasta que las dio a conocer, a finales del siglo XVI, el matemático de Brujas Simón Stevin. (Martos)

Vamos a explicar el método de Ruffini-Horner que desarrolló Al-Kasi. Dado un número de la forma:

$$x^n + r$$

el algoritmo propuesto por Al-Kasi para calcular  $n$ -raíces se puede enunciar en nuestro lenguaje como:

$$\sqrt[n]{x^n + r} = x + \frac{r}{(x + 1)^n - x^n}$$

El símbolo  $\approx$  lo usamos como aproximación,  $x, r$  son números  $\geq 0$  y  $n$  es un entero también positivo. Veamos como funciona.

Calculemos  $\sqrt[3]{28}$ ,

Tenemos que  $28 = 3^3 + 1$ , entonces

$$\sqrt[3]{28} = \sqrt[3]{3^3 + 1} = 3 + \frac{1}{4^3 - 3^3} = 3.027027027 \quad (\text{aproximadamente}),$$

que es una primera aproximación aceptable a 3.036588972 que es una aproximación numérica calculada con Mupad 4.

El conocimiento de estos métodos tipo secante de aproximación dan un impulso notable a las capacidades de cálculo.

Un gran mérito de Al-Kasi es el haber reconocido la importancia de las fracciones decimales y popularizar estos conceptos. En los artículos anteriores vimos como ciertas fracciones tenían nombres especiales y lo complicado de maniobrar con ellas. Con Al-Kasi las fracciones decimales irrumpen en la cotidianidad de los procesos de cálculo.

En [http://fr.wikipedia.org/wiki/Théorème\\_de'\\_Al-Kashi](http://fr.wikipedia.org/wiki/Théorème_de'_Al-Kashi) se puede leer la demostración del Al-Kasi del teorema de los cosenos, la nota está en francés, con referencias en ese idioma.

Las diversas grandes culturas han producido resultados análogos en muchos aspectos, los conocimientos matemáticos no se escapan a esta tendencia.

El profesor sueco Friberg en su provocativo libro *“Amazing Traces of a Babylonian Origin in Greek Mathematics”* (2005), promueve la idea de que no existió el milagro griego en matemáticas, estas no nacieron de la nada, sino que se trató de un proceso en que interactuaron varias culturas y que como producto de esta acumulación de conocimientos e interacción surgió esta portentosa escuela clásica.

Al mundo árabe y en especial a estos matemáticos persas les debemos mucho. Su influencia en occidente ha sido enorme, subvalorada y postergada a un cierto olvido.

En el 2005 salió publicado el libro de Luke Hodgkin, *“A history of mathematics: from Mesopotamia to modernity”*, en el cual hace un gran esfuerzo por poner en su lugar los logros de los matemáticos persas.

El profesor Struik ya había señalado esta omisión histórica en sus obras.