

La historia de la geometría en el contexto islámico

Dr. Abdulwali Amílcar Aldama

El saber geométrico, a través de la historia de la humanidad, ha sido una útil herramienta en el desarrollo intelectual y cognoscitivo del hombre. Su utilización, desde sus formas visuales y empíricas, hasta en sus estructuras teóricas, ha logrado un desarrollo del pensamiento al intentar el descubrimiento de relaciones y nexos con los objetos. Este saber posiblemente es la parte de las Matemáticas con mayor inclinación a la intuición, la concreción y la realidad. Ella posibilitó desde la antigüedad una genuina ciencia experimental llevada a varias ramas del saber y la técnica que precisa el uso del espacio, tal es el caso de la astronomía, la arquitectura y la producción agraria.

Por otra parte, la geometría como una disciplina, se apoya en un proceso extenso de formalización, el cual se ha venido desarrollando por más de 2000 años en niveles crecientes de rigor, abstracción y generalidad. En la contemporaneidad las investigaciones en Geometría han sido influidas por nuevas ideas tanto desde el interior de las Matemáticas como desde otras disciplinas, incluyendo especialmente la Cibernética. En el presente las enormes posibilidades de las gráficas por computadoras tienen influencia en muchos aspectos de nuestras vidas; teorías geométricas como la geometría fractal, la teoría de nudos y la Geometría Proyectiva para el diseño de realidad virtual favorecen a una nueva revolución científica – técnica, y por ende, a un avance en el pensamiento del hombre hacia el futuro.

La Geometría no solo desarrolla el área cognitiva y el pensamiento espacial, que da paso a una actividad intelectual que exige el análisis, la síntesis, la generalización, la particularidad, la abstracción y la concreción como formas de trabajo y pensamiento matemático, sino que logra paralelamente el desarrollo de habilidades y capacidades mentales generales, así como de cualidades positivas de la personalidad.¹

Potenciar igualmente el estudio de su historia, dígame su desarrollo durante las edades del hombre, así como su impronta a la sociedad, la ciencia y la cultura es un tema que está presente en el estudio actual de las matemáticas que favorecen a que sea vista como algo menos abstracto y temido.

¹ Se debe comprender que el contenido de enseñanza de la Geometría la conforman no solo conceptos, axiomas y teoremas, sino también ideas de carácter educativo que en ocasiones se pasan por alto. Este componente de las Matemáticas favorece en el hombre la estructuración de un pensamiento abierto a lo lógico y a un despertar del sentido pleno de lo creativo, aparejado con un crecimiento del área perceptiva por las correspondencias que pueden hallarse en la circunstancialidad que lo rodea y en la que participa para transitar al plano de la abstracción y así interactuar con conceptos, juicios, hipótesis y teorías que llevará a la praxis como etapa final del proceso. Matemáticos y pedagogos concuerdan que debido a la diversidad de aspectos de Geometría y a los elementos de la actividad intelectual que estos favorecen la enseñanza y el aprendizaje de este componente puede empezar en una edad temprana y continuar en formas apropiadas a través de todo el currículo matemático.

Es importante destacar , desde una lectura de la historia de las geometrías , que muchos de los elementos utilizados en las clases de esta disciplina de las Matemáticas y muchas de sus aplicaciones tienen su origen en la aceptación o "lectura "que se realizó por parte de los sabios y matemáticos del contexto islámico de los descubrimientos y aplicaciones realizadas en el antiguo oriente y sobre todo en la Antigua Grecia .Prevalece en los textos de historia de las matemáticas muy pocas referencias al verdadero legado de los sabios musulmanes (y también judíos ,cristianos ,mazdeístas e hinduistas que vivieron y desarrollaron sus ciencias en el contexto islámico) a la geometría que utilizamos en nuestra contemporaneidad. El discurso eurocentrista se entroniza también en este espacio de la historia², por lo que es necesaria una revaloración de la historia de las matemáticas en el contexto islámico que brinde legitimación a los grandes aportes de la misma a occidente.

Antecedentes de la geometría en el contexto islámico

Las primeras referencias a matemáticas avanzadas y organizadas datan del tercer milenio a.C., en Babilonia y Egipto. Estas matemáticas estaban dominadas por la aritmética, con cierto interés en medidas y cálculos geométricos y sin mención de conceptos matemáticos como los axiomas o las demostraciones. Los primeros libros egipcios, escritos hacia el año 1800 a.C., muestran un interés por parte de esta cultura por la numeración (sistema de numeración decimal con distintos símbolos para las sucesivas potencias de 10, cálculo de estos números y resolución de problemas aritméticos con fracciones, así como problemas algebraicos elementales) .En geometría encontraron las reglas correctas para calcular el área de triángulos, rectángulos y trapecios, y el volumen de figuras como ortoedros, cilindros y, por supuesto, pirámides. Para calcular el área de un círculo, los egipcios utilizaban un cuadrado de lado del diámetro del círculo, valor muy cercano al que se obtiene utilizando la constante pi (3,14).

Las matemáticas en Grecia

Los griegos tomaron elementos de las matemáticas de los babilonios y de los egipcios. La innovación más importante fue la invención de las matemáticas abstractas basadas en una estructura lógica de definiciones, axiomas y demostraciones. Según los cronistas griegos, este avance comenzó en el siglo VI a.C. con Tales de Mileto y Pitágoras de Samos. Este último enseñó la importancia del estudio de los números y la geometría para poder entender el mundo. Algunos de sus discípulos hicieron importantes descubrimientos sobre la teoría de números y la geometría, que se atribuyen al propio Pitágoras.

En el siglo V a.C., algunos de los más importantes geómetras fueron el filósofo atomista Demócrito de Abdera, que encontró la fórmula correcta para calcular el volumen de una

² Enrique Dussel "Europa, modernidad y eurocentrismo" (Editorial UNAM .México)

pirámide, e Hipócrates de Cos, que descubrió que el área de figuras geométricas en forma de media luna limitadas por arcos circulares son iguales a las de ciertos triángulos. Este descubrimiento está relacionado con el famoso problema de la cuadratura del círculo (construir un cuadrado de área igual a un círculo dado). Otros dos problemas bastante conocidos que tuvieron su origen en el mismo periodo son la trisección de un ángulo y la duplicación del cubo (construir un cubo cuyo volumen es dos veces el de un cubo dado). Todos estos problemas fueron resueltos, mediante diversos métodos, utilizando instrumentos más complicados que la regla y el compás. Sin embargo, hubo que esperar hasta el siglo XIX para demostrar finalmente que estos tres problemas no se pueden resolver utilizando solamente estos dos instrumentos básicos.

A finales del siglo V a.C., un matemático griego descubrió que no existe una unidad de longitud capaz de medir el lado y la diagonal de un cuadrado, es decir, una de las dos cantidades es inconmensurable. Esto significa que no existen dos números naturales m y n cuyo cociente sea igual a la proporción entre el lado y la diagonal. Dado que los griegos sólo utilizaban los números naturales (1, 2, 3...), no pudieron expresar numéricamente este cociente entre la diagonal y el lado de un cuadrado (este número, $\sqrt{2}$, es lo que hoy se denomina número irracional). Debido a este descubrimiento se abandonó la teoría pitagórica de la proporción, basada en números, y se tuvo que crear una nueva teoría no numérica. Ésta fue introducida en el siglo IV a.C. por el matemático Eudoxo de Cnido, y la solución se puede encontrar en los Elementos de Euclides. Eudoxo, además, descubrió un método para demostrar rigurosamente supuestos sobre áreas y volúmenes mediante aproximaciones sucesivas.

Euclides, matemático y profesor que trabajaba en el famoso Museo de Alejandría, también escribió tratados sobre óptica, astronomía y música. Los trece libros que componen sus Elementos contienen la mayor parte del conocimiento matemático existente a finales del siglo IV a.C., en áreas tan diversas como la geometría de polígonos y del círculo, la teoría de números, la teoría de los inconmensurables, la geometría del espacio y la teoría elemental de áreas y volúmenes.

El siglo posterior a Euclides estuvo marcado por un gran auge de las matemáticas, como se puede comprobar en los trabajos de Arquímedes de Siracusa y de un joven contemporáneo, Apolonio de Perga. Arquímedes utilizó un nuevo método teórico, basado en la ponderación de secciones infinitamente pequeñas de figuras geométricas, para calcular las áreas y volúmenes de figuras obtenidas a partir de las cónicas. Éstas habían sido descubiertas por un alumno de Eudoxo llamado Menaechmo, y aparecían como tema de estudio en un tratado de Euclides; sin embargo, la primera referencia escrita conocida aparece en los trabajos de Arquímedes. Su contemporáneo, Apolonio, escribió un tratado en ocho tomos sobre las cónicas, y estableció sus nombres: elipse, parábola e hipérbola. Este tratado sirvió de base para el estudio de la geometría de

estas curvas hasta los tiempos del filósofo y científico francés René Descartes en el siglo XVII.

Después de Euclides, Arquímedes y Apolonio, Grecia no tuvo ningún geómetra de la misma talla. Los escritos de Herón de Alejandría en el siglo I d.C. muestran cómo elementos de la tradición aritmética y de medidas de los babilonios y egipcios convivieron con las construcciones lógicas de los grandes geómetras. Los libros de Diofanto de Alejandría en el siglo III d.C. continuaron con esta misma tradición, aunque ocupándose de problemas más complejos.

Las matemáticas aplicadas en Grecia

En paralelo con los estudios sobre matemáticas puras hasta ahora mencionados, se llevaron a cabo estudios de óptica, mecánica y astronomía. Muchos de los grandes matemáticos, como Euclides y Arquímedes, también escribieron sobre temas astronómicos. A principios del siglo II a.C., los astrónomos griegos adoptaron el sistema babilónico de almacenamiento de fracciones y, casi al mismo tiempo, compilaron tablas de las cuerdas de un círculo. Para un círculo de radio determinado, estas tablas daban la longitud de las cuerdas en función del ángulo central correspondiente, que crecía con un determinado incremento. Eran similares a las modernas tablas del seno y coseno, y marcaron el comienzo de la trigonometría. En la primera versión de estas tablas — las de Hiparco, hacia el 150 a.C. — los arcos crecían con un incremento de 7° , de 0° a 180° . En tiempos del astrónomo Tolomeo, en el siglo II d.C., la maestría griega en el manejo de los números había avanzado hasta tal punto que Tolomeo fue capaz de incluir en su Almagesto una tabla de las cuerdas de un círculo con incrementos de 1° que, aunque expresadas en forma sexagesimal, eran correctas hasta la quinta cifra decimal.

Mientras tanto, se desarrollaron otros métodos para resolver problemas con triángulos planos y se introdujo un teorema — que recibe el nombre del astrónomo Menelao de Alejandría — para calcular las longitudes de arcos de esfera en función de otros arcos. Estos avances dieron a los astrónomos las herramientas necesarias para resolver problemas de astronomía esférica, y para desarrollar el sistema astronómico que sería utilizado hasta la época del astrónomo alemán Johannes Kepler.

En Grecia, después de Tolomeo, se estableció la tradición de estudiar las obras de estos matemáticos de siglos anteriores en los centros de enseñanza. El que dichos trabajos se hayan conservado hasta nuestros días se debe principalmente a esta tradición. Sin embargo, los primeros avances matemáticos consecuencia del estudio de estas obras aparecieron en el mundo árabe.

La Época de Oro: Las matemáticas en el contexto islámico

Después de un siglo de expansión en la que la religión islámica se difundió desde sus orígenes en la península Arábiga hasta dominar un territorio que se extendía desde la península Ibérica hasta los límites de la actual China, los musulmanes empezaron a

incorporar a su propia ciencia los resultados de "ciencias extranjeras". Los traductores de instituciones como la Casa de la Sabiduría de Bagdad, mantenida por los califas gobernantes y por donaciones de particulares, escribieron versiones árabes de los trabajos de matemáticos griegos, persas e indios.

Hacia el año 900, el periodo de incorporación se había completado y los estudiosos musulmanes comenzaron a construir sobre los conocimientos adquiridos, logrando una original contribución a este campo de las ciencias. Entre otros avances, los matemáticos del contexto islámico ampliaron el sistema indio de posiciones decimales en aritmética de números enteros, extendiéndolo a las fracciones decimales. En el siglo XII, el matemático persa Omar Jayyam generalizó los métodos indios de extracción de raíces cuadradas y cúbicas para calcular raíces cuartas, quintas y de grado superior. El matemático persa Al-Juârizmî (de su nombre procede la palabra algoritmo, y el título de uno de sus libros es el origen de la palabra álgebra) desarrolló el álgebra de los polinomios; Al-Karayi la completó para polinomios incluso con infinito número de términos. Los geómetras, como Ibrahim Ibn Sinan, continuaron las investigaciones de Arquímedes sobre áreas y volúmenes. Kamal Al-Din y otros aplicaron la teoría de las cónicas a la resolución de problemas de óptica. Los matemáticos Habas al-Hasib y Nasir ad-Din at-Tusi crearon trigonometrías plana y esférica utilizando la función seno de los indios y el teorema de Menelao. Estas trigonometrías no se convirtieron en disciplinas matemáticas en Occidente hasta la publicación del *De triangulis omnimodis* (1533) del astrónomo alemán Regiomontano.

Finalmente, algunos matemáticos del contexto islámico lograron importantes avances en la teoría de números, mientras otros crearon una gran variedad de métodos numéricos para la resolución de ecuaciones. Los países europeos con lenguas latinas adquirieron la mayor parte de estos conocimientos durante el siglo XII, el gran siglo de las traducciones. Los trabajos de los geómetras del contexto islámico, junto con las traducciones de los griegos clásicos fueron los principales responsables del crecimiento de las matemáticas durante la Edad Media. Los matemáticos italianos, como Leonardo Fibonacci y Luca Pacioli (uno de los grandes tratadistas del siglo XV en álgebra y aritmética, que desarrollaba para aplicar en el comercio), se basaron principalmente en fuentes escritas por árabes, persas y otros orientales para sus estudios.

(Continuarán)

Bibliografía

1. Correo de la UNESCO (1989): "Viaje al país de las matemáticas". Paris, noviembre
2. Stauke, Hort (1974.): "Fundamento teórico de la Geometría" La Habana, Ed. Pueblo y Educación.
3. Balacheff, N. (1988 a): Une étude des processus de preuve en mathématique chez des élèves de collège (tesis doctoral). (Univ. J. Fourier-Grenoble: Grenoble, Francia).
4. Grupo Construir las Matemáticas (2001): Isoperímetros: Ficha didáctica en álgebra. Desigualdades, Suma 37, pp. 105-110.

5. Guillén, G. (1991): El mundo de los poliedros (colección Matemáticas: Cultura y Aprendizaje nº 15). (Síntesis: Madrid).
6. Ricardo H.S.Elías (2012): La civilización del Islam, Qom, Editorial Elhame Shargh Fundación Cultural Oriente.
7. Enrique Dussel "Europa, modernidad y eurocentrismo" (Editorial UNAM .México)

Todos derechos reservados.

Se permite copiar citando la referencia.

www.islamoriente.com

Fundación Cultural Oriente